

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛН
В ПОРИСТЫХ СРЕДАХ ПРИ ДВУХФАЗНОМ НАСЫЩЕНИИ

Т.К.РАМАЗАНОВ, С.Н.АХМЕДОВА
Бакинский Государственный Университет

В работе численным методом исследовано уравнение эволюции, описывающее эволюцию нелинейных волн в пористых средах при двухфазном насыщении. Показано, что излученные из источника нелинейные волны с расстоянием быстро затухая, наблюдаются непосредственно вокруг очаговой зоны. Изучено влияние параметров фаз на процесс распространения волн.

Механическое воздействие на нефтяной пласт положительно влияет на долю нефти в дебитах обводненных скважин. Этот эффект объясняется восстановлением проницаемости для диспергированной нефти за счет дробления капель или же кластеризации. Кластеризации заставляют диспергированные капли перемещаться в потоке, а дробящиеся капли становятся меньше диаметра пор и уносятся водным течением. В их основу положены нелинейные явления, связанные внутренним упруговязким резонансом при излучении мощным взрывом или вибратором [1,2].

Учет реологии твердой фазы и капиллярного давления в насыщенной пористой среде приводится к уравнению с нелинейностью Кортевега –де-Вриза и диффузионного типа (КдВД) [1].

$$\frac{\partial v}{\partial X} + v \frac{\partial v}{\partial \tau} + R_6 \sum_{i=1}^n S_{i+1} \frac{\partial^{i+1} v}{\partial \tau^{i+1}} + v \left\{ R_2 f_{12} \left[\frac{v(\beta_{11} - \beta_{22})}{R_1} \right] / R_1 + R_3 f_{13} \left[\frac{v(\beta_{11} - 1)}{R_1} \right] / R_1 - R_4 f_{23} \left[\frac{v(\beta_{22} - 1)}{R_1} \right] / R_1 \right\} = 0, \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} f_{12} &= K_{12} [1 + b_{12}(\beta_{22} - \beta_{11})v/R_1], \\ f_{13} &= K_{13} [1 + b_{13}(\beta_{11} - 1)v/R_1], \\ f_{23} &= K_{23} [1 + b_{23}(\beta_{22} - 1)v/R_1], \end{aligned} \quad (2)$$

$$\Delta/2 = Q_1 - \beta_{22}(Q_1 - Q_2) + c^2 \beta_{11}(1 + c^2 b_1)(\rho_1^{(0)} + a_0 A_1 / b_0),$$

Если межфазовая сила (2) пропорциональна разности фазовых скоростей, то последний член в (1) заменяет выражение

$$(R_2 K_{12} + R_3 K_{13} - R_4 K_{23})v = Rv$$

$$\begin{aligned} R_1 \Delta &= \rho_1^{(0)}(1 + c^2 b_1)(c^2 - m_1) \left[N_1^{(0)} - \frac{c}{c^2 - m_1} \left(1 + \frac{a_0 A_1}{b_0 \rho_1^{(0)}} \right) N_4^0 \right] + \\ &+ Q_1 (N_3^{(0)} - c^{-1} N_6^0) - (Q_1 - Q_2)(N_2^{(0)} - c^{-1} N_5^{(0)}) - \\ &- 2a_0 \beta_{11}^2 (1 + c^2 b_1)(A_1 c^2 + m_2) / b_0 c^2 + \frac{2B}{A \theta^{(0)}} [c(\beta_{22} \beta_2^{(0)} - \rho_3^{(0)}) / A]^2 \times \\ &\times [Q_1 m_2 + Q_2 - \theta^{(0)} A (1 + c^2 b_1)(A_1 c^2 + m_2)(\varepsilon + 2\gamma B) / B], \\ R_2 \Delta &= c(\beta_{11} - \beta_{12}) \left[m_2 (1 + b_1 c^2) \left(1 + \frac{a_0 A_1}{b_0 \rho_1^{(0)}} \right) + \frac{Q_1 - Q_2}{c^2 \rho_2^{(0)} \alpha^{(0)} \theta^{(0)}} \right] \times, \\ &\times f_{12} [\eta \nu_3^{(1)}(\beta_{11} - \beta_{22})], \\ R_3 \Delta &= c(\beta_{11} - 1) \left[m_2 (1 + b_1 c^2) \left(1 + \frac{a_0 A_1}{b_0 \rho_1^{(0)}} \right) - \frac{Q_1}{c^2 \rho_2^{(0)} \alpha^{(0)} (1 - \theta^{(0)})} \right] \times, \\ &\times f_{13} [\eta \nu_3^{(1)}(\beta_{11} - 1)], \\ R_4 \Delta &= \frac{\beta_{22} - 1}{\alpha^{(0)} c} \left(\frac{Q_1 - Q_2}{\rho_2^{(0)} \theta^{(0)}} + \frac{Q_1}{\rho_3^{(0)} (1 - \theta^{(0)})} \right) f_{23} [\eta \nu_3^{(1)}(\beta_{22} - 1)], \\ R_6 \Delta &= \beta_{11} (1 + c^2 b_1)(A_1 c^2 + m_2) / b_0 c^2, \\ Q_1 &= (m_2 + c^2 A_1)(n_1 + c^2 d_1) + (n_2 - c^2 d_2)(c^2 - m_1), \\ Q_2 &= \alpha^{(0)} \rho_1^{(0)} (1 + c^2 b_1)(c^2 - m_1) / (1 - \alpha^{(0)}). \end{aligned}$$

Нахождение точного аналитического решения уравнения (1) представляет большую математическую трудность. Поэтому оно исследуется численным методом при $n=4$. Примем следующие граничные условия:

$$\begin{aligned} v(X, T) /_{X=0} &= v_0(T) = -R_1 \exp(-2T^2), \\ v(X, -\infty) &= v(X, \infty) = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial T} \Big|_{T=\pm\infty} = 0, \\ &\frac{\partial^2 v}{\partial T^2} \Big|_{T=-\infty} = 0 \end{aligned} \tag{3}$$

Для решения задачи (1)-(3) используем метод конечных разностей или метод сеток [3]. Область непрерывного изменения аргументов X, T заменяется дискретным множеством точек, которое называется сеткой или

решеткой. Вместо функций непрерывного аргумента рассматриваются функции дискретного аргумента, определенные в узлах сетки и называемые сеточными функциями. Производные, входящие в уравнение частных производных, и граничные условия заменяются конечно-разностными соотношениями. При этом краевая задача для уравнения в частных производных заменяется системой нелинейных алгебраических уравнений.

Пусть область изменения аргументов имеет вид:

$$-M \leq T \leq M, 0 \leq X \leq L.$$

Разобьем $[0; L]$ на m равных частей длины L/m . Множество этих точек называется равномерной сеткой и обозначается

$$D_{\tau, h} = \left\{ \{x_j, T_i\} / x_j = jh, \quad j = 0, m; \tau = 2M/N, T_i = -M + i\tau, \tau = 0, N \right\},$$

h, τ -расстояния между узлами сеток.

Разностное уравнение, соответствующее уравнению (1) при $n=4$ и начально-граничным условиям (3), имеет вид:

$$\begin{aligned} & \frac{v_i^{j+1} - v_i^j}{h} + v_i^{j+1} \cdot \frac{v_i^{j+1} - v_{i-1}^{j+1}}{\tau} + R v_i^{j+1} - R_3' \frac{1}{\tau^2} (v_{i+1}^{j+1} - 2v_i^{j+1} + v_{i-1}^{j+1}) + \\ & + R_4' \frac{1}{\tau^3} (v_{i+1}^{j+1} - 3v_i^{j+1} + 3v_{i-1}^{j+1} - v_{i-2}^{j+1}) - R_5' \frac{1}{\tau^4} (v_{i+2}^{j+1} - 4v_{i+1}^{j+1} + 6v_i^{j+1} - \\ & - 4v_{i-1}^{j+1} + v_{i-2}^{j+1}) + R_6' \frac{1}{\tau^5} (v_{i+2}^{j+1} - 5v_{i+1}^{j+1} + 10v_i^{j+1} - 10v_{i-1}^{j+1} + 5v_{i-2}^{j+1} - v_{i-3}^{j+1}) = 0, \end{aligned} \quad (4)$$

$$v(X, T) \Big|_{X=0} = v_0(T) \sim v_0(\tau_i)$$

$$\frac{\partial v}{\partial T} \Big|_{T=-M} \sim \frac{v_1^{j+1} - v_0^{j+1}}{\tau}, \quad \frac{\partial v}{\partial T} \Big|_{T=M} \sim \frac{v_{N-1}^{j+1} - v_N^{j+1}}{\tau}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial^2 T} \Big|_{T=-M} \sim \frac{1}{\tau^2} (v_2^{j+1} - 2v_1^{j+1} + v_0^{j+1}),$$

$$R_3' = R_6 S_2, \quad R_4' = R_6 S_3, \quad R_5' = R_6 S_4, \quad R_6' = R_6 S_5.$$

Введем обозначения:

$$A_1 = \frac{R_6'}{\tau^5} - \frac{R_5'}{\tau^4},$$

$$A_2 = -\frac{5R_6'}{\tau^5} + \frac{4R_5'}{\tau^4} + \frac{R_4'}{\tau^3} - \frac{R_3'}{\tau^2},$$

$$A_3 = \frac{1}{h} + \frac{v_i^{j+1}}{\tau} - R + \frac{2R_3'}{\tau^2} - \frac{2R_3'}{\tau^2} - \frac{3R_4'}{\tau^3} - \frac{6R_5'}{\tau^4} + \frac{10R_6'}{\tau^5},$$

$$A_4 = -\frac{v_i^{j+1}}{\tau} - \frac{R_3'}{\tau^2} + \frac{3R_4'}{\tau^3} + \frac{4R_5'}{\tau^4} - \frac{10R_6'}{\tau^5},$$

$$A_5 = -\frac{R_4'}{\tau^3} - \frac{R_5'}{\tau^4} + \frac{5R_6'}{\tau^5}, \quad A_6 = \frac{R_6'}{\tau^5}, A_7 = -\frac{1}{h}.$$

В этих обозначениях уравнение принимает вид:

$$A_1 v_{i+2}^{j+1} + A_2 v_{i+1}^{j+1} + A_3 v_i^{j+1} + A_4 v_{i-1}^{j+1} + A_5 v_{i-2}^{j+1} + A_6 v_{i-3}^{j+1} + A_7 v_i^j = 0, \quad (6)$$

$$3 \leq i \leq N-2$$

Таким образом, получена следующая система уравнений:

$$\begin{aligned} v_0 &= 0, \\ v_1 &= v_0 = 0, \\ v_2 - 2v_1 + v_0 &= 0, \\ A_1 v_{i+2}^{j+1} + A_2 v_{i+1}^{j+1} + A_3 v_i^{j+1} + A_4 v_{i-1}^{j+1} + A_5 v_{i-2}^{j+1} + A_6 v_{i-3}^{j+1} + A_7 v_i^j &= 0 \\ \dots & \\ v_n &= 0, v_{n-1} = 0, \end{aligned} \quad (7)$$

Скорости сейсмических волн определяются из известного дисперсионного уравнения [1]

$$\begin{aligned} &[(A_1 d_1 + d_2) a_1 - (A_1 q_1 - q_2) b_1] c^6 + [(A_1 n_1 + m_2 d_1 - m_1 d_2 + n_2) a_1 + \\ &(A_1 l_1 - m_2 q_1 - m_1 q_2 + l_2) b_1 + (A_1 (d_1 - q_1) + q_2 + d_2) c^4 + A_1 (n_1 + l_1) + \\ &+ [m_2 (d_1 - q_1) - m_1 (q_2 + d_2) + a_1 (n_1 m_2 - m_1 n_2) + \\ &+ b_1 (m_2 l_1 - m_1 l_2) + n_2 + l_2] c^2 + m_2 (n_1 + l_1) - m_1 (n_2 + l_2) = 0, \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} d_1 &= -\rho_2^{(0)} (\gamma + \varepsilon \theta^{(0)}), \\ q_1 &= \rho_3^{(0)} [\varepsilon (1 - \theta^{(0)}) - \gamma], \\ q_2 &= \rho_3^{(0)} \left[A_3 - \frac{\alpha^{(0)} \rho_1^{(0)}}{(1 - \alpha^{(0)}) A \theta^{(0)}} \right], \\ l_2 &= (1 - \theta^{(0)}) \rho_3^{(0)}, \\ d_2 &= \rho_2^{(0)} A_2 + \frac{\alpha^{(0)} \rho_1^{(0)}}{1 - \alpha^{(0)}} \left\{ L_1 + \frac{\rho_2^{(0)}}{A \theta^{(0)}} \right\} l_1 = \frac{a_0 (1 - \theta^{(0)}) \rho_3^{(0)}}{b_0 \rho_1^{(0)}}, \\ m_1 &= \frac{a_0}{b_0 \rho_1^{(0)} (1 - \alpha^{(0)})}, \quad m_2 = \frac{1}{1 - \alpha^{(0)}} \\ n_1 &= \frac{\alpha_0 \theta^{(0)} \rho_2^{(0)}}{b_0 \rho_1^{(0)}}, \\ a_1 &= -M_1 - \frac{\rho_3^{(0)}}{(1 - \theta^{(0)}) A \theta^{(0)}}, \end{aligned}$$

$$n_2 = \rho_2^{(0)} \theta^{(0)} + \frac{\alpha^{(0)} \rho_1^{(0)}}{1 - \alpha^{(0)}},$$

$$b_1 = -L_1 - \frac{\rho_2^{(0)}}{1 - \theta^{(0)} A \theta^{(0)}}.$$

Проведем численный эксперимент при заданной водонасыщенности для песчаной среды и известняка $\theta^{(0)} = (30; 40\%)$. Для песчаной частицы и водо-нефтяной фазы приняты следующие данные:

$$\rho_1^{(0)} = 2,62 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \quad \rho_2^{(0)} = 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \quad \rho_3^{(0)} = 8,7 \cdot 10^2 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3},$$

$$E_1 = (10^8; 10^{10}) \text{Па}, \quad E_* = 2 \cdot 10^8 \text{Па}, \quad E_2 = 10^9 \text{Па},$$

$$\theta = 10^{-3} \text{сек}, \quad \theta_* = 10^{-2} \text{сек}, \quad \beta_1 = 2 \cdot 10^{-11} \text{Па}^{-1},$$

$$\beta_2 = 4 \cdot 10^{-10} \text{Па}^{-1}, \quad R = 10^6 \frac{\text{Па} \cdot \text{сек}}{\text{м}},$$

$$M_1 = 3 \cdot 10^5 \text{Па} \cdot \text{сек}^2, \quad M_2 = 10^5 \text{Па} \cdot \text{сек}^2,$$

$$\alpha_1^{(0)} = 0,84, \quad \beta_3 = 2 \cdot 10^{-10} \text{Па}^{-1}$$

Для известняка и водо-нефтяной фазы

$$\rho_1^{(0)} = 2,6 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \quad \rho_2^{(0)} = 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \quad \rho_3^{(0)} = 8,7 \cdot 10^2 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3},$$

$$E_1 = 10^9 \text{Па}, \quad E_* = 10^{10} \text{Па}, \quad E_2 = 10^9 \text{Па}, \quad \theta = 10^{-4} \text{сек},$$

$$\theta_* = 10^{-3} \text{сек}, \quad \beta_1 = 2 \cdot 10^{-11} \text{Па}^{-1}, \quad \beta_2 = 4 \cdot 10^{-10} \text{Па}, \quad \beta_3 = 2 \cdot 10^{-10} \text{Па},$$

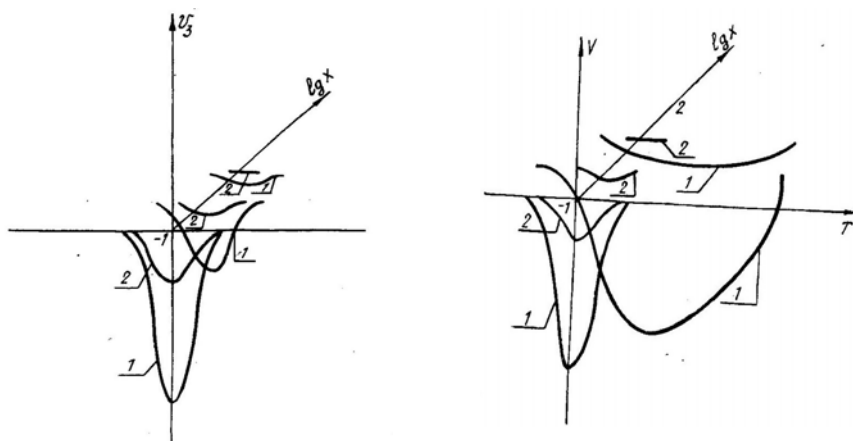
$$R = 10^7 \frac{\text{Па} \cdot \text{сек}}{\text{м}}, \quad M_1 = 10^5 \text{Па} \cdot \text{сек}^2, \quad M_2 = 2 \cdot 10^5 \text{Па} \cdot \text{сек}^2, \quad \alpha_1^{(0)} = 0,95$$

Дисперсионное уравнение (8) при этих данных имеет три положительные корни. Первый корень c_1 соответствует распространению волн в твердой фазе (скелете), c_2 – в воде, c_3 – в нефти.

θ_0 (%)	Песчаными частицами		известняка	
	30%	40%	30%	40%
c_1 (м/сек)	2889.507	2638.195	3894.59	3447.244
c_2 (м/сек)	871.153	969.614	427.7	561.89
c_3 (м/сек)	547.368	62.354	434.225	62.206

В рисунках 1 и 2 показано распространение нелинейных волн в известняковых и песчаных пористых средах при двухфазном насыщении. Установлено, что увеличение водонасыщенности приводит к ослаблению волн и уменьшает их пробег в пространство.

Изменение профиля входного импульса в уравнении (1) определяется производными высокого порядка, т.е. вязкоупругости скелета пористой среды.



Эволюция входных импульсов в песчаном насыщенном пласте. Кривой 1 соответствует $\theta_0 = 30\%$ и кривой 2 $\theta_0 = 40\%$

Эволюция входных импульсов в известняке. Кривой 1 соответствует $\theta_0 = 30\%$ и кривой 2 $\theta_0 = 40\%$

С увеличением жесткости твердой фазы усиливается интенсивность входных импульсов. (см.рис.1 и рис.2) . При малых значениях K_{ij} вблизи очаговой зоны начальный импульс ослабевая и слабо затухая , расширяет пробег в пространстве . Однако в реальных значениях параметров насыщенной жидкостью в пористой среде входной импульс резко изменяет свою форму с расстоянием и быстро затухает . При вышеуказанных данных это расстояние примерно равно 10 метрам.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рамазанов Т.К., Курбанов А.И. Математическая модель эволюции нелинейных волн в пористых средах при двухфазном насыщении. Труды Института математики и механики, том IX, (XV II), Баку, 1998, с. 157-166.
2. Николаевский В.Н. Механизм вибровоздействия на нефтеотдачу месторождения и доминантные частоты. Докл. АН СССР, 1989, т. 301, №3, с. 570-575.
3. Самарский А. А. Теория разностных схем. М., Наука, 1983, 616с.

**İKİFAZALI DOYMUŞ MƏSAMƏLİ MÜHİTLƏRDƏ QEYRİ-XƏTTİ
DALĞALARIN EVOLYUSİYASININ ƏDƏDİ MODELƏŞDİRİLMƏSİ**

T.Q.RAMAZANOV, S.N.ƏHMƏDOVA

ANNOTASIYA

Məqalədə iki maye faza ilə doymuş məsaməli mühitlərdə qeyri-xətti dalğaların evolyusiyasını təsvir edən Kortveq-de-Vriz və diffuziyon tipli qeyri-xətti evolyusiya tənliyi ədədi üsulun köməyi ilə tədqiq edilir. Göstərilir ki, mənbədən həyəcanlanma nəticəsində əmələ gələn qeyri-xətti dalğalar çox da uzaq məsafələrə yayılmadan ocaq ətrafında sürətlə sönür. Dalğaların fəzada yayılması prosesinin məsaməli mühitin maye fazaların parametrlərindən asılılığı öyrənilir.

**THE NUMERICAL MODELING OF EVOLUTION OF NONLINEAR WAVES
IN TWO PHASE POROUS SATURATED MEDIUM**

T.K.RAMAZANOV, S.N.AKHMEDOVA

ABSTRACT

In the article saturated by two fluid phases porous medium is considered by numerical method describing the evolution of Kortveq-de Vriz equation and nonlinear evolution equation of diffusion type. It is shown that nonlinear waves appearing as a result of generation in the source turns off according to spread at the recent distance around the source. It is investigated the depending on parameters of fluid in a porous medium of process of waves extending in the space.